

مروری بر مدل سازی شمع ها

رؤیا مؤمنی^۱، وحید رستمی^۲، جواد خزائی^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران- مکانیک خاک و پی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد همدان

^۲ استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد همدان

^۳ دکتری خاک و پی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

نام نویسنده مسئول:

وحید رستمی

چکیده

انجام مطالعات بر روی عملکرد شمع ها با توجه به رواج استفاده روزافزون از انواع پی های عمیق یک ضرورت جدی است، لیکن با عنایت به هزینه و سختی کار آزمایش شمع، مدل سازی عددی و مدل فیزیکی کوچک مقیاس مورد توجه قرار گرفته است. در این تحقیق چند نوع از رایج ترین مدل سازی بر روی شمع ها مطالعه شده و مزایا و معایب آنها مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین یک مدل سازی عددی نیز به کمک نرم افزار اجزا محدودی ABAQUS انجام شده است. نتایج بررسی حاضر نشان داده است که از بین مدل سازی های فیزیکی، استفاده از دستگاه فشار همه جانبه مخروطی (FCV) روشی مناسب برای مطالعه بر روی شمع های کوچک مقیاس می باشد. نتایج مقایسه ای برخی از مدل های شمع در FCV و تحلیل عددی نیز ارائه شده اند. **واژگان کلیدی:** شمع- مدل سازی- فشار همه جانبه مخروطی- FCV- تحلیل عددی.

مقدمه

به منظور مطالعه عملکرد شمع‌ها می‌توان از طریق روش‌های بارگذاری استاتیکی یا دینامیکی، بررسی‌های تحلیلی، مطالعات عددی و یا آزمایشات کوچک‌مقیاس اقدام نمود. آزمایشات تمام مقیاس در مراحل طراحی پی‌های عمیق به عنوان یکی از ارکان اصلی جهت اثبات عملکرد سیستم شمع و تصدیق پارامترهای طراحی به دست آمده از بررسی‌های محلی، انجام می‌شوند. ولی به دلیل هزینه‌های بسیار زیاد این گونه آزمایشات، کم‌تر از آن‌ها استفاده می‌شود. بنابراین باید عمده اطلاعات را از روشهای دیگر به دست آورد. (فخاریان و اسلامی، ۱۳۸۴ و روشن‌ضمیر و شکرانی، ۱۳۸۲) مدل‌سازی فیزیکی تکرار یک پدیده و رویداد است که با آنچه در نمونه واقعی رخ می‌دهد، قابل مقایسه باشد. با وجود هزینه بالای تجهیزات آزمایشگاهی و زمان‌بر بودن فرآیند مدل‌سازی فیزیکی در مقایسه با مدل‌سازی عددی، مدل‌سازی فیزیکی همچنان مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ چراکه به دلیل پیچیدگی رفتار مصالح ژئوتکنیکی، مدل‌سازی عددی نیاز به ساده‌سازی‌های زیادی دارد. اکثر مدل‌های فیزیکی در مقیاسی بسیار کوچک‌تر از مدل اصلی و با دقت بالا ساخته می‌شوند.

مدل‌سازی فیزیکی از موضوعات بسیار مهم در علم ژئوتکنیک است که از اواسط دهه ۵۰ میلادی مورد توجه مهندسين ژئوتکنیک واقع شد. مدل‌سازی در ژئوتکنیک از اهمیت خاصی برخوردار بوده و جهت شناخت رفتار خاک، سازه‌های خاکی و مدل‌کردن پدیده‌های ژئوتکنیکی مانند نحوه اندرکنش بین سازه و خاک، در حالت‌های استاتیکی و دینامیکی ضروری بوده‌است. (آبرنج نوده‌ی و اسلامی، ۱۳۹۲) با توجه به نیازهای هر پروژه، میزان هزینه‌های انواع مدل‌سازی، میزان اطمینان به نتایج هر یک از انواع آن و همچنین محدودیت‌های زمانی اجرا، یکی از انواع مدل‌سازی انتخاب می‌شود که از مهم‌ترین و پرکاربردترین آنها می‌توان به مدل‌سازی عددی و فیزیکی اشاره کرد. عمده دلایل استفاده از مدل‌سازی‌ها دیدن و درک رفتار سازه‌ها پیش از ساخت می‌باشد و در پژوهش حاضر هدف از مدل‌سازی، بررسی رفتار شمع با تمرکز بر ظرفیت باربری آن بوده‌است. البته محاسبه ظرفیت باربری شمع‌ها از جمله مباحثی است که با وجود پیشرفت‌های زیادی که در زمینه علوم مهندسی و بخصوص ژئوتکنیک صورت گرفته‌است، هنوز به روشهای تجربی وابستگی زیادی دارد. از این رو این موضوع به خودی خود با آزمایشهای تجربی (تمام مقیاس یا مدل‌سازی) در ارتباط بوده و روابط تجربی زیادی توسط پژوهشگران مختلف، معرفی شده که به نظر می‌رسد در حال و آینده نیز این روند ادامه خواهد یافت. اسلامی و فخاریان (۱۳۸۴).

مدل‌سازی عددی روشی است که در آن شرایط ساختگاهی و بارگذاری المان مورد نظر، توسط نرم‌افزار تعریف شده و شرایط بارگذاری نیز توسط نرم‌افزار اعمال می‌گردد. سپس پاسخ المان مورد بررسی قرار می‌گیرد. با این توصیف مشخص است که این روش نسبت به روش مدل‌سازی فیزیکی بسیار ساده‌تر است ولیکن مواردی مثل نیاز به ساده‌سازی زیاد در تعریف شرایط ساختگاهی، تعریف المان و شرایط بارگذاری سبب می‌شود تا میزان اطمینان به نتایج مدل‌سازی عددی مورد تردید باشد. به همین سبب نرم‌افزارهای زیادی برای مدل‌سازی عددی تهیه و تولید می‌شوند. استفاده از نرم‌افزارهای جدیدتر و قویتر مجموعه قابلیت‌های بسیار گسترده‌تری را در اختیار کاربر قرار می‌دهد که پیچیده‌ترین مسائل را نیز می‌توان به آسانی مدل کرد. به عنوان مثال مسائل شامل بیش از یک جزء را می‌توان با ایجاد مدل هندسی هر جزء و سپس نسبت دادن رفتار ماده مربوطه به هر جزء و سپس مونتاژ اجزاء مختلف مدل کرد. لذا استفاده از مدل‌سازی‌های عددی علیرغم تمام محدودیتها و مشکلات آن بسیار مورد توجه پژوهشگران بوده و پیوسته مطالعات در زمینه آن گسترده‌تر شده و نرم‌افزارهایی با دقت بیشتر تولید می‌گردد.

۱- مروری بر مدل‌سازی فیزیکی

مدل‌سازی فیزیکی یکی از مسائل بسیار پیچیده و مهم در مهندسی ژئوتکنیک است که به دلیل مشکلات آزمایش درجا از یک سو و عدم تطابق خوب بین واقعیت و آزمایشگاه از سوی دیگر، همواره مورد توجه مهندسين ژئوتکنیک بوده است. به دلیل متخلخل بودن خاک و مسئله تنش‌های موجود در خاک، همواره مدل‌سازی خاک در آزمایشگاه در یک مقیاس کوچک بسیار مشکل است. مزیت عمده مدل‌سازی فیزیکی، هزینه پایین‌تر آن نسبت به آزمایش‌های میدانی بوده و اینکه امکان تکرار آزمایشها در آزمایش مدل فیزیکی وجود دارد و در صورت اثبات درستی تعمیم نتایج مدل به واقعیت، امکان مطالعه روی پدیده‌های عمرانی و ژئوتکنیکی بسیار گسترده‌تر خواهد شد. از اینرو مطالعه در این خصوص و گسترش دادن مدل‌سازی فیزیکی نه تنها در بحث شمع بلکه در کل پدیده‌های عمرانی ضرورت دارد. مزیت دیگری که نباید از آن غافل شد این است که در مدل‌سازی فیزیکی امکان مطالعه روند تغییرات یک پارامتر خاص با ثابت نگه‌داشتن سایر متغیرها وجود دارد که معمولاً در هنگام آزمایش بر روی نمونه اصلی در محل چنین کاری امکان‌پذیر نیست.

اصل اساسی در مدل‌سازی فیزیکی، ایجاد شرایط هندسی با نمونه از یک سو و ایجاد تنش مشابه با محل از سوی دیگر می‌باشد که این امر به کمک ایجاد شرایط مشابه با استفاده از دستگاه آزمایشگاهی مناسب بر روی نمونه کوچک مقیاس تأمین می‌گردد (Azizi, 2000). در کل این تشابه باید این شرایط را ارضا نماید: تشابه هندسی و تشابه سینماتیکی (Langhaar, 1951) و تشابه دینامیکی و تشابه رفتاری

(Baker, Westine and Dodge, 1973). این تئوری ضوابطی را برقرار می‌کند که حاکم بر روابط بین مدل و نمونه اصلی می‌باشد. زمانی که تشابه در شرایط تنش بین مدل و نمونه اصلی برقرار شده باشد، رابطه ابعادی زیر را می‌توان ایجاد کرد:

$$P_p = \lambda^n * P_m$$

در این معادله P_m پارامتر اندازه‌گیری شده مربوط به نمونه مدل ساخته شده و P_p پارامتر مربوط به نمونه اصلی می‌باشد و ضرایب λ و n ضریب تبدیل می‌باشند که بر اساس معادلات تشابه به دست می‌آیند. مقدار این ضرایب برای برخی مواردی که در مهندسی ژئوتکنیک بیشتر استفاده می‌شود توسط سدران^۱ (۱۹۹۹) محاسبه شده که به شرح جدول ۱ می‌باشد.

جدول ۱- مقادیر ضرایب تبدیل مقیاس مدل به نمونه اصلی

ضریب مقیاس	پارامتر
$\lambda_L = L_p / L_m$	طول (تغییر مکان، فاصله و ...)
$\lambda_{Area} = \lambda_L^2$	مساحت
$\lambda_{Volume} = \lambda_L^3$	حجم
$\lambda_p = 1$	چگالی
$\lambda_M = \lambda_L^3$	جرم
$\lambda_\sigma = 1$	تنش
$\lambda_\varepsilon = 1$	کرنش
$\lambda_F = \lambda_L^2$	نیرو
$\lambda_k = \lambda_L$	سختی
$\lambda_E = 1$	مدول الاستیسیته
$\lambda_C = \lambda_L^2$	میرائی
$\lambda_T = \lambda_L$	زمان
$\lambda_{acc} = 1 / \lambda_T$	شتاب
$\lambda_{vel} = 1$	سرعت

مدلسازی فیزیکی در خاک به دو دسته اصلی مدلسازی $1g$ و مدلسازی در سطوح تنش بالا تقسیم می‌شود که دسته دوم خود به چند دسته مدلسازی فیزیکی در سانتریفیوژ ژئوتکنیکی^۲، محفظه کالیبره^۳ (CC)، جعبه‌های لایه‌ای^۴ و مدلسازی در فشار همه‌جانبه مخروطی (FCV) تقسیم می‌شود. در کنار این گونه روش‌ها، روش‌های کمتر شناخته‌شده‌تری هم برای مدلسازی خاک وجود دارند که به عنوان روش‌های افزایش گرادپان تنش شناخته می‌شوند. بدین صورت که تنش‌های موثر می‌تواند با استفاده از افزایش گرادپان به سمت پایین فشار مایع حفره‌ای، افزایش یابد (Altaee and Fellenius, 1994). استفاده از این روش به کاربردهای خاص و در خاک‌های مشخص محدود می‌شود. سابقه‌ای از کاربرد انواع مدلسازی فیزیکی در مطالعه شمع‌ها را به اختصار می‌توان بدین صورت بیان نمود: مکانیزم انتقال بار، اندرکنش گروه شمع (Hassini and Woods, 1989)؛ مکانیزم‌های گسستگی برای شمع‌های کوتاه و بلند، اثر سرعت بارگذاری برای شمع‌های واقع در خاک رس (Horvath, 1995)؛ اثرات ساخت شمع بر روی ظرفیت باربری (Steenfelt et al., 1981 and Craig, 1985) پاسخ دینامیکی شمع‌ها، اثر نسبت پیش تحکیمی بر روی ظرفیت باربری (Foray et al., 1998) اثر صلبیت شمع در فعال‌سازی اصطکاک جدار در خاک‌های غیرچسبنده، اصطکاک جدار محدود، وابستگی پارامترهای مقاومتی خاک به تراز محصورشدگی (Craig and Sabagh, 1994)؛ پاسخ شمع‌ها به بارهای جانبی (Scott, 1981 and Agai by et al., 1996).

¹ Sedran

² Geotechnical Centrifuge

³ Calibration Chamber

⁴ Laminar Box

۱-۱ مدلسازیهای فیزیکی با محفظه ساده (1g)

یکی از ارزانتترین و متداولترین روشهای مدلسازی فیزیکی در ژئوتکنیک می باشد که انجام آزمایش در آن با توجه به شرایط دستگاه، ارزان بوده و نمونه های مدل به راحتی ساخته می شوند. با توجه به این مزایا مدلسازیهای زیادی با این روش صورت گرفته که در جدول ۲ به سه مورد اشاره شده و شرح داده شده اند.

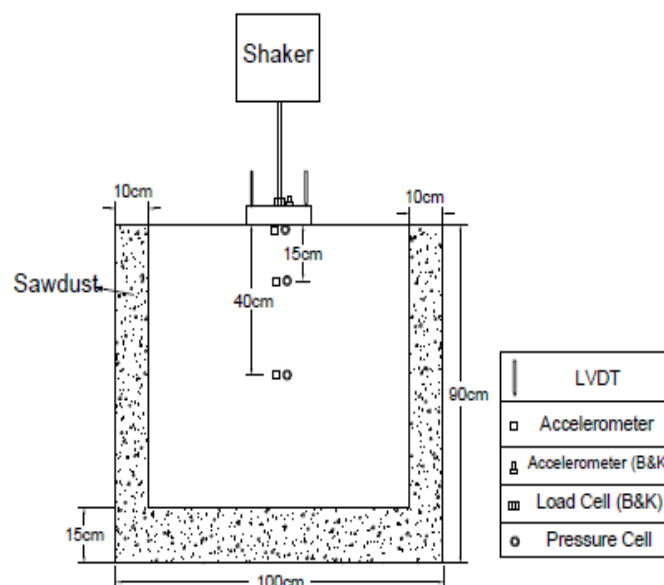
جدول ۲- مطالعات صورت گرفته با روش مدلسازی 1g

نام پژوهشگر	موضوع تحقیق
جعفرزاده و قاسم زاده مشهدی	بررسی پاسخ دینامیکی پی واقع بر خاک ماسه ای به کمک تانک ماسه
مهدی زاده و همکاران	بررسی رفتار لرزه ای گروه شمع در شیروانی خاکی به کمک میز لرزه ای دانشگاه تهران
Wang و همکاران	بررسی رفتار پی های مرکب با مسلح کننده های قائم مختلف تحت بارگذاری قائم

با وجود قدرت قابل قبول این سیستم مدلسازی، مهمترین محدودیت های دستگاه های 1g که سبب می شود در همه جا قابل استفاده نباشند، سطح پایین تنش در آنهاست که قادر نمی باشند به خوبی تنش های ناشی از گرانش را مدل سازی کنند. از آنجایی که رفتار خاک به شدت وابسته به سطح تنش می باشد و این وابستگی به سطح تنش در رفتار سیستم شمع- خاک نیز تأثیر قابل ملاحظه ای دارد لذا برون یابی و تعمیم رفتار مدل به نمونه اصلی همیشه با واقعیت سازگاری ندارد و این مسأله مهم مانع بزرگی برای استفاده گسترده از مدل سازی با دستگاه های محفظه ساده می باشد.

۲-۱ مدلسازیهای فیزیکی با محفظه کالیبره (CC)

به منظور رفع مشکل دستگاه محفظه ساده، محفظه هایی برای مدل سازی در سطوح تنش بالا ساخته شد که به روش مصنوعی سطح تنش را در خاک افزایش می داد. با توجه به محدودیت های دسترسی به دستگاه سانتریفیوژ ژئوتکنیکی و نیز هزینه های بالای مدل سازی فیزیکی در آن استفاده از این سیستم برای مدل سازی برخی سازه های ژئوتکنیکی به ویژه مسائل مرتبط با آزمایش های درجای عمیق مانند پی های عمیق و آزمایش های CPT و PMT بسیار مناسب است و لذا این دستگاه ها در سالهای اخیر در مطالعات آزمایشگاهی مورد توجه بیشتری قرار گرفته اند. کار کردن با این سیستم به همان نسبت کاملتر بودن از سیستم محفظه ساده، سخت تر و پرهزینه تر است. به عنوان نمونه دو مطالعه صورت گرفته با این سیستم در جدول شماره ۳ آمده است.





شکل ۱- مدل فیزیکی جعفرزاده و قاسم‌زاده، سمت راست: تصویر واقعی و سمت چپ: شماتیک دستگاه

جدول ۳- نمونه‌ای از مطالعات صورت گرفته به روش مدلسازی با محفظه کالیبره

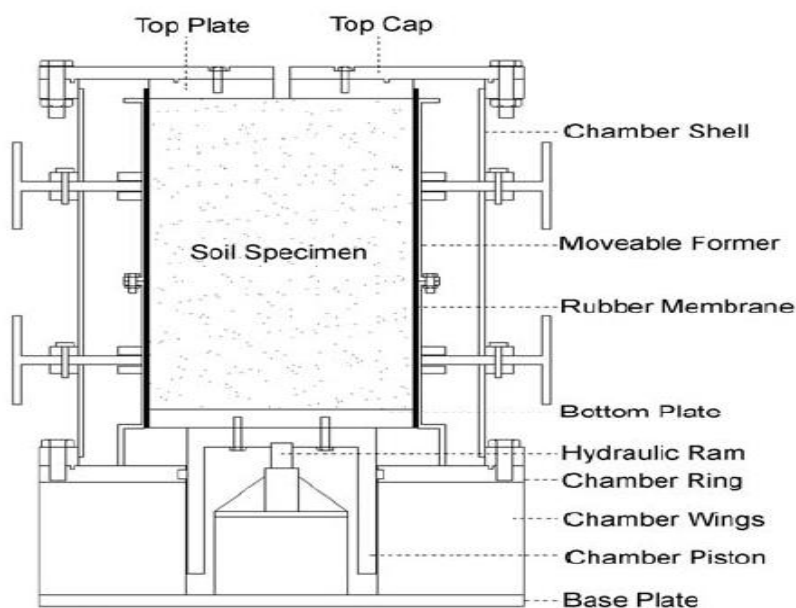
موضوع تحقیق	محققان
مطالعه آزمایش CPT در خاک‌های غیر اشباع در محفظه کالیبره	Pournaghiazar و همکاران
بررسی اثر سرعت نفوذ روی مقاومت مخروط در خاک‌های رسی در محفظه کالیبره	Kim و همکاران

طی یک بررسی آماری که توسط (Ghionna and Jamiolkowski, 1991) انجام گردید کاربردی بودن و مطلوبیت این روش مدلسازی تایید گردید. شکل ۲ شماتیک دستگاه محفظه کالیبره را نشان می‌دهد.

۳-۱ مدلسازی‌های فیزیکی با جعبه‌های لایه‌ای

سابقه استفاده از دیواره انعطاف‌پذیر در مدلسازی رفتار لرزه‌ای خاکها به دهه ۱۹۷۰ میلادی باز می‌گردد. در طی این سالها محققان زیادی برای انجام مطالعات خود در زمینه طراحی و ساخت دستگاه‌هایی به صورت دیواره چند لایه، فعالیت کرده و مطالعات گسترده‌ای را در این زمینه به عمل آورده‌اند. در این سیستم با ایجاد نشست در مدل و ارتعاش در یک یا دو جهت شرایط محلی شبیه‌سازی می‌گردد. بر اساس مطالعات هوشمند و همکاران^۶ (۱۹۸۸)، کوکوشو در سال ۱۹۷۹ آزمایش میز لرزه‌ای را بر روی مدل زمین مسطح از جنس ماسه ریز در یک جعبه برشی لایه‌ای که حدود یک متر عمق داشت انجام داد.

⁶ Hushmand, et al.



شکل ۲- شکل شماتیک محفظه کالیبره Pournaghiazar و همکاران

طبق گزارش احمدی و همکاران (۱۳۹۴) ویتمن و لمب^۷ (۱۹۸۸) نیز در سال ۱۹۸۱ از ایده مشابهی برای آزمایش روانگرایی در شرایط سانتریفوژ استفاده کردند و سپس محققین زیادی همچون ون لاک^۸ و همکاران (۱۹۹۴)، گیسون^۹ (۱۹۹۷)، شن^{۱۰} و همکاران (۱۹۹۸)، میماند^{۱۱} (۱۹۹۸)، تاکاهاشی^{۱۲} و همکاران (۲۰۰۱)، جعفرزاده^{۱۳} (۲۰۰۴)، پراساد^{۱۴} و همکاران (۲۰۰۴)، پاموک^{۱۵} و همکاران (۲۰۰۷)، توران^{۱۶} و همکاران (۲۰۰۹) و لی^{۱۷} و همکاران (۲۰۱۲) هرکدام با ساخت دستگاه‌های میز لرزان دارای جعبه‌های چند لایه به بررسی رفتار برشی و تغییرشکلی خاکها تحت بارگذاری سیکلی و لرزه‌ای پرداخته‌اند. در ایران نیز دستگاه مشابهی توسط اسلامی^{۱۸} و همکاران (۲۰۰۹) در سال ۱۳۸۵ در دانشگاه گیلان ساخته شده و مورد استفاده قرار گرفته‌است.

دستگاه جعبه لایه‌ای بیشتر به منظور ارزیابی رفتار دینامیکی خاکها همچون بررسی پدیده روانگرایی، نشست پی‌ها و ظرفیت باربری می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. ضمناً می‌تواند به قابلیت‌هایی همچون مدل‌سازی سیستم پی سطحی به ابعاد مختلف با توجه به گستره مؤثر تنش و کرنش در فضای مورد ارتعاش و با قابلیت بارگذاری ثابت و متغیر، سیستم اندازه‌گیری نشست پی و تغییرشکلهای قائم خاک، امکان بررسی شرایط گسیختگی و تغییرشکلی لایه‌های مختلف خاک در حین ارتعاش بصورت عینی، امکان مدل‌سازی شرایط آب زیرزمینی، چگونگی بالآمدگی آب، وضعیت مویینگی و شرایط زهکشی، بررسی شرایط بهسازی خاک از طریق افزودنیهای فیزیکی و شیمیایی، امکان ساخت لایه‌های یکنواخت یا نامنظم با توزیع دانه‌بندی مختلف، امکان ساخت نمونه با تراکم نسبی و سختی مختلف و تغییرات در لایه‌های مختلف در حین و پس از بارگذاری، قابلیت بارگذاری با دامنه و فرکانس مختلف و تغییر آن در طول آزمایش، مشاهده شرایط روانگرایی و ثبت دقیق شرایط تغییر فشار آب منفذی اضافی و نیز ارزیابی اندرکنش سازه و خاک با توجه به وجود پی‌های مختلف سطحی و عمیق مجهز گردد. شکل ۳ دستگاه دانشگاه گیلان را نشان می‌دهد.

⁷ Whitman and Lambe

⁸ Van Laak, P.

⁹ Gibson, A.D.

¹⁰ Shen, C.K.

¹¹ Mymand, P.J.

¹² Takahashi, A.

¹³ Jafarzadeh, F.

¹⁴ Pasad, S.K.

¹⁵ Pamuk, A.

¹⁶ Turan, A.

¹⁷ Lee

¹⁸ Islami, A.



شکل ۳- تصویر دستگاه جعبه ساخت اسلامی و همکاران در دانشگاه گیلان (احمدی و همکاران، ۱۳۹۴)

۴-۱ مدل سازی در دستگاه سانتریفیوژ ژئوتکنیکی

سانتریفیوژ اصولاً یک دستگاه بارگذاری مصنوعی بر روی مدل های خاکی تحت آزمایش می باشد که دسترسی به یک ابزار قدرتمند برای تحلیل مسائل مهندسی ژئوتکنیک را ممکن ساخته و امکان مطالعه و تحلیل مسائل طراحی را توسط مصالح ژئوتکنیکی فراهم می سازد. مهم ترین اصل در مدل سازی فیزیکی این است که رفتار هر دو پدیده (مدل و سازه اصلی) مشابه یکدیگر باشد. این مسئله شباهت در مدل سازی با سانتریفیوژ با استفاده از قوانین مقیاسی مناسب برقرار می شود. ویژگی خاص مدل سازی ژئوتکنیکی، لزوم باز تولید رفتار خاک هم از نظر مقاومت و هم از نظر سختی است. از آن جا که رفتار خاک ها تابعی از تراز تنشها و تاریخچه تنش ها می باشد لذا روشن است که یک مدل سازی فیزیکی زمانی موفق می باشد که بتواند این شرایط را شبیه سازی کند. به همین دلیل است که سانتریفیوژ در مهندسی ژئوتکنیک کاربرد زیادی پیدا کرده است زیرا مدل های خاکی در سانتریفیوژ تحت یک میدان شتاب شعاعی قرار می گیرند که این شتاب برای مدل، نقش شتاب گرانشی را با مقدار چندین برابر شتاب گرانش زمین ایفا می کند اما خاک درون محفظه یک سطح بدون تنش فوقانی داشته که در آن با افزایش عمق، مقدار تنش با آهنگی متناسب با چگالی خاک و قدرت میدان شتاب، افزایش می یابد. وقتی آزمایش ها بر روی مدل های ژئوتکنیکی کوچک مقیاس در آزمایشگاه تحت یک میدان گرانش معمولی انجام می شود، رفتار وابسته به تنش خاک ها مشکلاتی را به وجود می آورد، البته در بعضی موارد، استفاده از بارگذاری سطحی می تواند نمایش منطقی را از تنش هایی که توسط نیروهای حجمی در یک سازه واقعی ایجاد می شود، ایجاد کند. اما اگر بخواهیم نیروهای حجمی را به طور مناسب در یک مدل کوچک مقیاس نمایش دهیم، لازم است که آزمایش سانتریفیوژ انجام گیرد.

در کنار پیش بینی عملکرد سازه اصلی، آزمایش سانتریفیوژ می تواند دست کم برای دو هدف دیگر مورد استفاده واقع شود، بررسی مکانیزم خرابی (اسکوفیلد^۱، ۱۹۸۰؛ میشل^۲ و همکاران، ۱۹۸۸) و ارزیابی ابزارهای پیشگویی پاسخ مدل کوچک مقیاس تحت سطح تنش های نمونه اصلی (شن^۳ و همکاران، ۱۹۸۲؛ لیانگ^۴ و همکاران، ۱۹۸۴). آزمایش سانتریفیوژ عیناً وضعیت خاک در یک سازه ژئوتکنیکی را بازسازی نمی کند که این به علت همگن نبودن و غیر ایزوتروپی بودن پروفیل لایه های خاک است که هم در نهشته های طبیعی و هم در سازه های خاکی ساخت بشر وجود دارد، و نیز به علت محدودیت های ابزارهای مدل سازی می باشد. با وجود تمام محاسن سانتریفیوژ، عیب بزرگ آن این است که ساخت دستگاه سانتریفیوژ بسیار مشکل و پرهزینه بوده و گاهی نیز الزام به ساخت نمونه های بسیار کوچک وجود دارد که در آلمانی مثل شمع می تواند مشکل ساز باشد. این مسأله سبب می گردد که هم هزینه انجام هر آزمایش بسیار بالا و انجام آن با دشواری همراه باشد و هم اینکه دستگاه در همه جا قابل دسترس نباشد (Frank and Muth, 1985).

¹ Schofield

9

² Mitchell

0

³ Shen

1

⁴ Liang

2

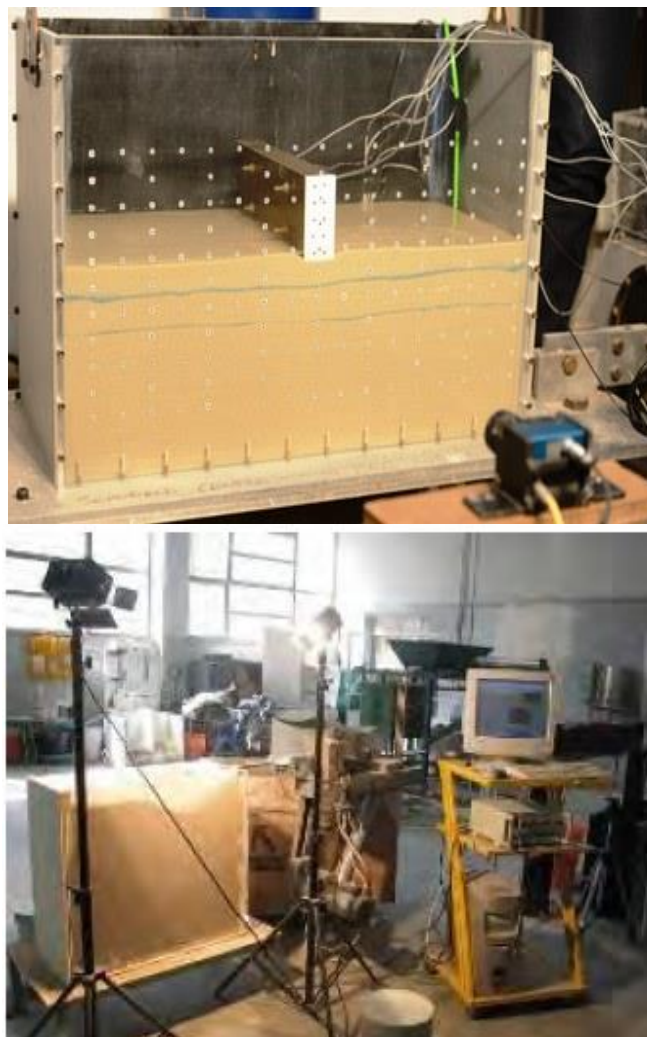


شکل ۴- تصویر دستگاه گریز از مرکز دانشگاه کالیفرنیا

۵-۱ آزمایش مدل در محفظه با عکسبرداری (سیستم PIV)^۲

استفاده از نتایج تحلیل تصویری تغییر مکان در جعبه مدل نیز که به اختصار PIV نامیده می‌شود، روش خاصی است که مبتنی بر عکسبرداری بوده و چندان گسترش نیافته و مورد اقبال قرار نگرفته است. پیشینه این روش به سال ۲۰۰۶ میلادی بازمی‌گردد که محققینی مثل سانو^۴، قام^۵ و اوتانی^۶ الگوی گسیختگی خاک ماسه‌ای در اطراف شمع تحت بار جانبی را در چند جابجایی مختلف بررسی نمودند. این محققین برای مطالعه دقیق اقدام به تصویربرداری به روش سی‌تی^۷ (عکسبرداری صنعتی) نمودند، پژوهشگران فوق دریافتند که شکل ناحیه گسیختگی در حالت سه بعدی تقریباً به صورت یک مخروط است. اگرچه آنان عنوان نموده بودند که استفاده از سی‌تی اسکن یک روش مفید و مؤثر در بررسی مسایل ژئوتکنیکی است اما هزینه بالای آن امکان ادامه کار را سخت می‌نمود از اینرو بررسی‌ها به سوی حذف دستگاه سی‌تی رفته و سرعت سنجی ملاک عمل قرار گرفت. نمونه این کار در سال ۱۳۸۹ خورشیدی در دانشگاه تبریز توسط حاجی‌علیلو و همکاران بررسی شده و ثابت شده که این روش برای بررسی شمع تحت بار جانبی مناسب‌تر بوده و برای شمع تحت بار محوری به کار نمی‌رود. ابعاد شمع‌های مدل مورد استفاده متنوع بوده ولی معمولاً از یک متر تجاوز نمی‌کنند. شکل ۵ سیستم فوق را نشان می‌دهد.

² Particle Image Velocimetry	3
² Sano	4
² Pham	5
² Otani	6
² CT-Scan	7

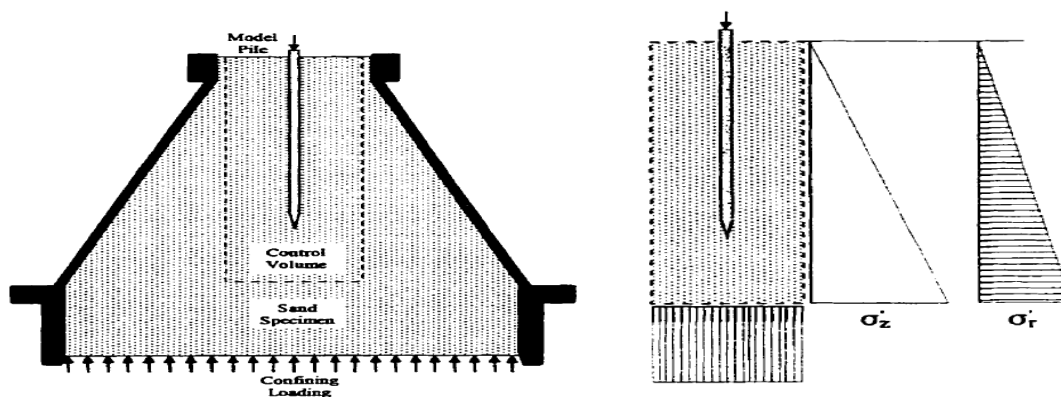


شکل ۵- نمونه آزمایشگاهی کار با سیستم PIV

۶-۱ مدل سازی فیزیکی با دستگاه فشار همه جانبه مخروطی (FCV)

این سیستم یک ابزار آزمایشگاهی منحصربه فرد است که توزیع تنش هایی مشابه با آنچه در محل به وجود می آید را در مدل ایجاد می کند. توزیع تنش ایجاد شده به وسیله آن تقریباً خطی بوده و تنش در بالای دستگاه صفر و در پایین حداکثر می باشد. این مسئله مهم ترین مزیت FCV است؛ زیرا شرایط محلی را شبیه سازی کرده و لذا با خطای کمی می توان رفتار مدل را به رفتار نمونه واقعی تمام مقیاس تعمیم داد. یکی از ویژگی های FCV آن است که می توان شمع مدل را مستقیماً داخل دستگاه و در محل آزمایش ساخت. کاربرد وسیع مدل سازی فیزیکی برای مطالعه رفتار شمع ها و وجود محدودیت های بسیاری از دستگاه های آزمایشگاهی دیگر، محققان را بر آن داشت تا به دنبال ساخت دستگاهی باشند تا بتواند شرایط واقعی شمع در محل را نسبت به دستگاه های موجود، به طور کارآمدتری مدل کند. همین ایده سبب شد تا دانشگاه مک مستر کانادا و موسسه پی برمینگهام با همکاری یکدیگر دستگاه FCV را بسازند و به عنوان دستگاهی برای مدل سازی فیزیکی شمع های کوچک مقیاس معرفی کنند (Sedran, 1999). ایده و فکر حاکم بر این دستگاه آن است که توزیع تنش هایی مشابه محل ایجاد کند. این توزیع تنش به سبب شکل هندسی FCV و فشار اعمال شده در کف سیستم به وجود می آید. این دستگاه به شکل یک مخروط ناقص است که علت اصلی انتخاب شکل مخروطی دستگاه در نظر گرفتن تأثیرات جداره مایل آن می باشد بدین صورت که جداره مایل دستگاه سبب ایجاد نیرویی در نمونه خاک داخل آن، متناسب با فشار اعمالی کف می گردد که در نتیجه اثر آن می توان تنش های درون دستگاه را به مقادیر بالایی افزایش داد. به عبارت دیگر عوامل مقاوم در برابر جابه جایی های روبه بالای نمونه در نتیجه اعمال فشار کف دستگاه علاوه بر اصطکاک جداره و وزن نمونه خاک درون آن، عکس العمل جداره مایل آن نیز می باشد که بیشترین تأثیرات را بر نمونه داشته و امکان افزایش فشار کف و در نتیجه افزایش تنش در خاک را بدون بالادگی نمونه از دستگاه فراهم می کند. همین امر سبب گردیده که طراحان شکل اولیه دستگاه را از حالت استوانه به حالت مخروط ناقص تبدیل کنند.

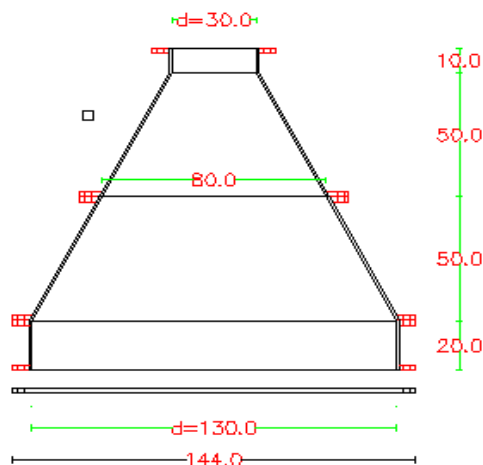
دستگاه FCV در قسمت بالا، مستقیماً با هوای آزاد ارتباط داشته که باعث به وجود آمدن تنش صفر در بالای نمونه می شود و گرادیان تنش به صورت تقریباً خطی به سمت کف دستگاه افزایش می یابد تا در این تراز، تنش، متناسب با میزان فشار اعمالی می شود. کلیات شماتیک این دستگاه در شکل ۶ نشان داده شده است. این شرایط مهم ترین معیار برای برون یابی و تعمیم رفتار مدل به رفتار شمع واقعی است. یکی از ویژگی های ارزشمند FCV آن است که با تغییر میزان فشار اعمالی به کف سیستم می توان شیب تنش ایجاد شده در خاک را کاهش یا افزایش داد. (Horvath, ۱۹۹۶)



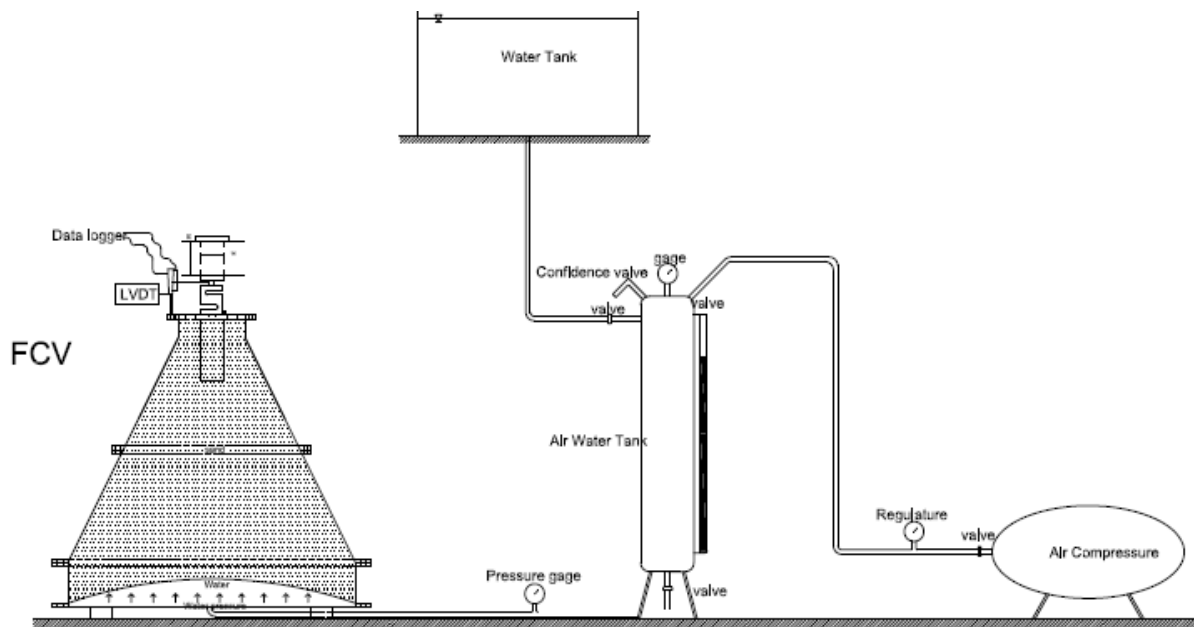
شکل ۶- شکل شماتیک دستگاه FCV، سمت راست: هندسه کلی دستگاه، سمت چپ: توزیع تنش در ناحیه کنترل شده

دومین دستگاه از این نوع سیستم در دانشگاه فلوریدا با ابعاد بزرگتری از نمونه اولیه ساخته شد. این دستگاه جهت مطالعه رفتاری شمع های درجاریز پس تزریق استفاده شده است (Mullins, 2001). سومین دستگاه FCV دنیا در ایران ساخته شد که طرح و ساخت آن توسط زارع و اسلامی در سال ۱۳۹۰ در دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست اجرا گردید و تا زمان تألیف این مطلب، تنها دستگاه از این نوع در ایران می باشد و بزرگترین آن در دنیا می باشد. به سبب اجرای این مدلسازی در دانشگاه امیرکبیر، سازندگان آن نام دستگاه را به صورت FCV-AUT در ایران به ثبت رسانده اند که در شکل ۷ دیده می شود. شکل ۸۹ نیز شماتیک کار دستگاه را نشان می دهد.





شکل ۷- دستگاه FCV-AUT، سمت راست: عکسی از اسکلت اصلی و سمت چپ: ابعاد بر حسب سانتیمتر



شکل ۸- تصویر شماتیک سیستم اعمال فشار کف دستگاه FCV-AUT

۲- مدل سازی عددی

محاسبات یا آنالیز عددی (Numerical analysis) به تنظیم، مطالعه و اعمال شیوه‌های تقریبی محاسباتی برای حل آن دسته از مسائل می‌پردازد که با روش‌های تحلیلی و دقیق قابل حل نیستند. نه تنها مسائل ریاضی و جبر خطی بلکه حل معادلات دیفرانسیل خطی و غیر خطی مربوط به فیزیک و مهندسی نیز از جمله زمینه‌های دیگر برای کاربرد محاسبات عددی است. روش‌های عددی نوین مبتنی بر ریز کردن مسائل و یافتن حدودی پاسخ برای آنها و سپس جمع پاسخ‌ها و حذف خطاست که گاهی اوقات نیاز می‌شود این چرخه حذف خطا و محاسبه مجدد چندین گام تکرار شود. با پیدایش رایانه‌ها این کار به آن‌ها سپرده شد و رفته‌رفته نام اجزا محدود به خود گرفت (مهری و نخعی، ۱۳۸۸).

با عنایت به مطالب فوق، بدیهی است ایده اصلی در روش اجزای محدود جایگزینی یک مسأله پیچیده با مسأله‌ای آسانتر است. در این آسان سازی در نبود روابط و راه حلهای صد درصد کامل باید به یافتن راه حل تقریبی بسنده نمود، لذا با استفاده از روش اجزا محدود و با صرف بیشتر انرژی می‌توان راه حل تقریبی را هرچه بیشتر به راه حل دقیق نزدیک نمود. در روش اجزای محدود، منطقه ای که در آن راه حل پیشنهاد شده است به عناصر محدودی که در ارتباط با یکدیگر هستند تقسیم شده است. در هر قطعه یا عنصر روابط تقریبی مناسب راه حل

نوشته شده و شرایط تعادلی کلی سازه از آن بدست می آید. با اقتناع شرایط کلی تعادل، نتیجه ای کلی برای سیستم تقسیم شده به قطعات بدست می آید. لذا در این روش برای هر مسأله ای راه حلی (اگرچه تقریبی) وجود دارد. پیدایش روش اجزاء محدود به حل مسائل پیچیده الاستیسیته و تحلیل سازه ها در مهندسی عمران و هوا فضا برمی گردد. این روش حاصل کار الکساندر هرینیکوف (۱۹۴۱) و ریچارد کورانت (۱۹۴۲) می باشد. با این تعاریف روش اجزاء محدود یا روش المان محدود^۸ که به اختصار (FEM) نامیده می شود، روشی است عددی برای حل تقریبی مسائل ریاضی و مهندسی. کاربرد عملی اجزای محدود معمولاً با نام تحلیل اجزا محدود (FEA) خوانده می شود. اساس کار این روش حذف کامل معادلات دیفرانسیل یا ساده سازی آنها به معادلات دیفرانسیل معمولی که با روشهای عددی مانند اویلر حل می شوند، می باشد. در حل معادلات دیفرانسیل جزئی مسئله مهم این است که به معادله ساده ای که از نظر عددی پایدار است - به این معنا که خطا در داده های اولیه و در حین حل به حدی نباشد که به نتایج نامفهوم منتهی شود- برسیم. روشهایی با مزایا و معایب مختلف برای این امر وجود دارد، که روش اجزاء محدود یکی از بهترین آنهاست. در میان نرم افزارهای تحلیلی مهندسی که بر مبنای روش اجزای محدود کار می کنند، نرم افزار ABAQUS یکی از قویترین و معتبرترین نرم افزارهای اجزای محدود است که از جایگاه ویژه ای بین محققین و اساتید دانشگاهی برخوردار می باشد. این نرم افزار با قابلیت های منحصر به فرد خود، به عنوان یک نرم افزار بسیار دقیق تحقیقاتی و کاربردی در صنعت و دانشگاه شناخته شده است. سهولت در دستیابی و فهم نحوه کارکرد زیر برنامه های این نرم افزار موجب گشته که جوامع دانشگاهی بین المللی، از آن بیش از نرم افزارهای دیگر در مقاله های علمی منتشر شده استفاده کنند.

۳- اعتبارسنجی مدل سازی عددی و مدلسازی فیزیکی در FCV

در این تحقیق شرایط خاک در سه حالت مختلف تعریف شده است. در حالت اول خاک ماسه ای در حالت شل فرض شده و دانسیته نسبی خاک حداکثر ۲۵٪ است. مقدار به دست آمده برای چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی به ترتیب برابر ۱ kPa و ۲۹/۹ به دست آمده است. در حالت دوم که همان حالت ماسه متوسط است. دانسیته نسبی خاک حداقل ۴۰ و حداکثر ۴۵٪ می باشد این حالت نزدیکترین شرایط را به شرایط محلی بابل سر که مشخصات ماسه آنجا برای آزمایش استفاده شده است دارد. حالت سوم با در نظر گرفتن دانسیته نسبی حداقل ۶۵ و حداکثر ۷۰٪ خاک ماسه ای متراکم نیز مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات خاک در هر سه حالت در جدول ۴ نمایش داده شده است.

جدول ۴- مشخصات ماسه مورد استفاده در تحقیق

تراکم خاک	چسبندگی (kPa)	زاویه اصطکاک داخلی	وزن مخصوص خشک (kN/m ³)	مدول الاستیسیته (kPa)	دانسیته نسبی	
					حداقل	حداکثر
شل	۱	۲۹/۹	۱۵/۶	۱۱۰۰۰	۲۰	۲۵
متوسط	۲	۳۲/۲	۱۶/۱۹	۲۵۰۰۰	۴۵	۵۰
متراکم	۲	۳۵	۱۶/۸۳	۷۵۰۰۰	۶۵	۷۰

شمع های مورد استفاده شامل دو شمع فلزی و بتنی بودند که مشخصات آنها در جداول ۵ آمده است. سایر متغیرهای مورد استفاده نیز در جدول ۶ فهرست شده اند.

جدول ۵ - مشخصات شمع های مدل فیزیکی کوچک مقیاس

نام شمع	طول شمع (cm)	قطر خارجی شمع (cm)	مدول الاستیسیته (GPa)	شکل مقطع
فولادی ته بسته	۷۵	۸۹	۲۰۰	دایره
بتنی	۷۵	۸۹	۲۰	دایره

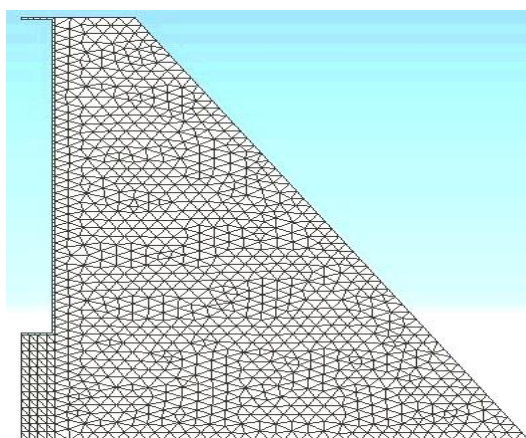
جدول ۶- متغیرهای مورد استفاده در مدل عددی

متغیر	نماد	واحد	ماسه شل	ماسه متوسط	ماسه متراکم	شمع
وزن مخصوص	γ	kN/m^3	۱۶,۱۴	۱۶,۹۲	۱۷,۵۹	۲۴
ضریب پواسون	ν	-	۰/۳	۰/۳	۰/۳	۰/۲
مدول الاستیسیته	E	kN/m^2	۱۱۰۰۰	۲۵۰۰۰	۷۵۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰
مدول الاستیسیته ناحیه تأثیر	E	kN/m^2	۵۵۰۰۰	۱۲۵۰۰۰	۳۷۵۰۰۰	-
چسبندگی	C	kN/m^2	۱	۲	۲	-
زاویه اصطکاک داخلی	ϕ	درجه	۲۹/۹	۳۲/۲	۳۵	-
زاویه اتساع	ψ	درجه	۱	۲	۴	-
مدل رفتاری	-	-	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb	Elastic

در مورد مدول الاستیسیته ناحیه تأثیر باید گفت که با توجه به توصیه برای انتخاب بین ۳ تا ۸ برابر مدول الاستیسیته خاک، این مقدار ۵ برابر مدول الاستیسیته خاک در نظر گرفته شده است (خلقتی، ۱۳۹۲).

در این تحقیق شکل سلول به صورت FCV-AUT تعریف شده است، یک مخروط ناقص از جنس فولاد با ضخامت ۴cm در نظر گرفته شده که تغییر شکل‌های آن نسبت به خاک داخل بسیار ناچیز و قابل صرف نظر کردن باشد. ابعاد این سلول نیز دقیقاً مطابق FCV-AUT (شکل ۷) تعریف شده است. در مرحله دوم بار کف به صورت گسترده تعریف شده است. در واقعیت نیز دستگاه استفاده شده در دانشگاه صنعتی امیرکبیر به همین طریق بارگذاری شده است و ابتدا بارکف معادل ۳۰۰ KPa به صورت یکنواخت به کف دستگاه که یک غشای بسیار محکم ولی کاملاً انعطاف پذیر بوده است، وارد شده است. این مقدار فشارکف در صورتی که وزن مخصوص خاک در محل را معادل $16/5 \text{ kN/m}^3$ فرض نمائیم، شرایط تنش قائم در محیط یک شمع به طول تقریبی ۱۸m را در فضای واقعی شبیه سازی می کند. برای راحتی در مدلسازی عددی روش تقارن که یکی از مهمترین روش‌هایی است که در تحلیل‌های عددی برای صرفه جویی در زمان تحلیل استفاده می‌شود، به کار رفته است. شرط تقارن نیز که متقارن بودن هندسه مدل و بارگذاری است کنترل شده است.

برای ساخت مدل سه بعدی در محیط نرم افزار سعی شد که با اعمال تدابیر خاصی مش منظم و با اندازه مناسبی بدست آید تا تحلیل از حداکثر دقت برخوردار شود. به همین دلیل شبکه مش به گونه‌ای طراحی شد تا المان‌های نزدیک به شمع دارای شکل و اندازه مناسب و المان‌های دور از آن بزرگتر شوند. همچنین کوشش شد که تغییر اندازه المان‌ها، ملایم و به تدریج صورت گیرد. در شکل ۹ شبکه المان مورد استفاده مشاهده می‌شود.

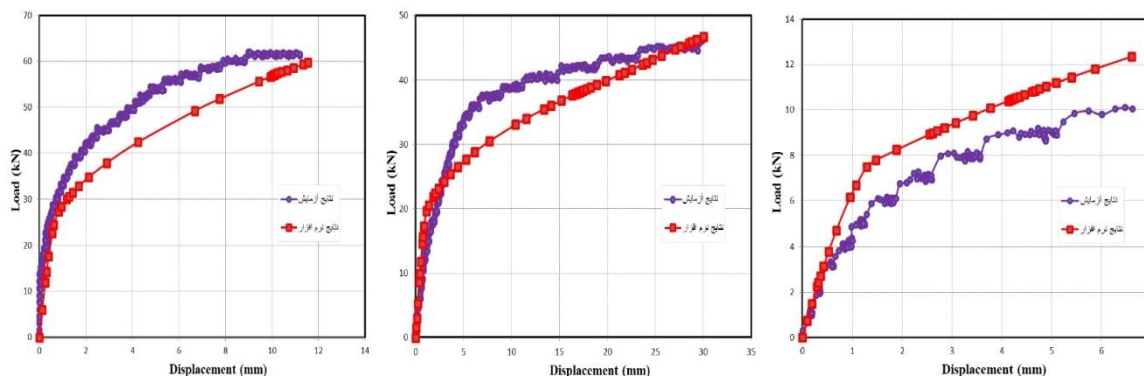


شکل ۹- شبکه المان در ABAQUS

دو مدل شمع تعریف شده توسط نرم افزار در FCV-AUT مورد آزمایش قرار گرفته‌اند و نتایج تحلیل عددی و فیزیکی مورد مقایسه قرار گرفته‌اند که در قسمت بعدی ارائه می‌گردد.

۴- نتایج

اکنون به مقایسه مدل سازی عددی و فیزیکی پرداخته می شود، مقایسه میدان تنش بین این دو روش در هر سه نوع ماسه نشان دهنده تقارب خوب بین دو روش مدل سازی می باشد.



شکل ۱۰- مقایسه منحنی بار تغییر مکان به دست آمده از مدل سازی فیزیکی و عددی در ماسه شل، متوسط و متراکم

مشاهده می گردد که نتایج عددی و فیزیکی به خوبی با هم انطباق دارند. اکنون با توجه به نتایج به دست آمده از بارگذاری شمع در دستگاه FCV-AUT، نتایج حاصل از مدل سازی عددی و مقایسه با روابط تئوری و واقعیت، می توان گفت این دستگاه مدل مناسبی برای بارگذاری شمع هاست زیرا اولاً: میدان تنش در آن به صورت خطی تغییر می کند یعنی در بالا صفر بوده و در پایین حداکثر است یعنی درست مطابق با آنچه در علم مکانیک خاک وجود دارد. مورد دوم اینکه در این دستگاه امکان اعمال تنش در سطوح زیاد نیز فراهم است و لذا می توان شمع هایی با طول زیاد مثل ۲۰ متر و بالاتر را در این دستگاه مدل سازی نمود.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق با بررسی مدل سازی فیزیکی و عددی نتایج زیر قابل ارائه است:

✓ مدل سازی میدان تنش توسط FCV بسیار مطلوب است، زیرا می تواند از یک سو سطوح تنش زیاد را به نمونه اعمال کند و از سوی دیگر میدان تنشی به صورت تقریباً خطی دارد که بهترین حالت برای توصیف محیط پیرامونی شمع هاست. با اعمال حداکثر فشار کف (حدود ۶۰۰ کیلو پاسکال)، می توان یک شمع به طول تقریبی ۳۵ متر را در خاک با دانسیته ۱۷ کیلونیوتن بر متر مکعب مدل سازی کرد.

✓ نمودارهای بار-تغییر مکان شمع در FCV نشان می دهد که این دستگاه رفتار شمع را به خوبی نشان می دهد. نتایج حاصل از مدل سازی عددی و فیزیکی بسیار به هم نزدیک بوده و خطای بسیار پایینی دارند. لیکن فاصله نتایج حاصل از مدل سازی فیزیکی با واقعیت و روابط تحلیلی تعیین ظرفیت باربری شمع بیشتر و در حدود ۱۵ تا ۲۰٪ است. لذا دستگاه معرفی شده الگویی مناسب برای آزمایش شمع محسوب می گردد.

منابع و مراجع

- [۱] اسلامی، ابوالفضل؛ مهندسی پی، طراحی و اجرا؛ مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، چاپ چهارم، ویرایش دوم، ۱۳۹۰.
- [۲] آبرنج نودهی، علی، "ظرفیت باربری شمع‌های پس‌تزریق به کمک آنالیز استاتیکی و مدل فیزیکی FCV"، کارشناسی ارشد، مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۹۲.
- [۳] جعفرزاده، فردین و قاسم‌زاده مشهدی، حسین؛ "مطالعه پاسخ دینامیکی فونداسیون واقع بر خاک ماسه‌ای با استفاده از مدل فیزیکی"، هشتمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران، دانشگاه شیراز، اردیبهشت ۱۳۸۸.
- [۴] حاجی علیلو، مسعود و آذرین شاهگلی، حبیب و محصل، محمد حسین. "مدلسازی فیزیکی شالوده های عمیق در مهندسی ژئوتکنیک"، اولین همایش ملی سازه - زلزله- ژئوتکنیک، CODE: G1352، بابلسر، ایران، آذر ۱۳۸۹.
- [۵] خلقتی، امیرسعید؛ تحلیل عددی رفتار و نشست گروهی شمع‌ها در رس نرم : مطالعه موردی، پایان نامه کارشناسی ارشد گرایش مکانیک خاک و مهندسی پی، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه صنعتی امیرکبیر، 1392 .
- [۶] روشن ضمیر، م. و شکرانی، ح.، مهندسی پی اصفهان، انتشارات مؤسسه ی علمی دانش پژوهان برین، ۱۳۸۲.
- [۷] فخاریان، کاظم و اسلامی، ابوالفضل؛ ظرفیت باربری محوری شمع‌ها؛ پژوهشکده حمل و نقل وزارت راه و ترابری، ۱۳۸۴.
- [8] ABAQUS User's Manual; Example and Analysis Documentation, Dassault Systems Simulia Corp, USA, 2010.
- [9] Agaiby, S.W.; Kulhawy, F.H.; Trautmann, C.H.; "On large-scale model testing of laterally loaded drilled shaft in sand", ASTM Geotechnical Testing Journal, 19(1): 32-40, 1996.
- [10] Azizi, Fethi; Applied Analyses In Geotechnics, E & FN Spoon, New York, NY, 2000.
- [11] Horvath, R.G.; Stolle, Dieter; "Frustum For Testing Model Piles," Canadian Geotechnical Journal, Vol. 33, No.3, June, pp. 499-504, 1996.
- [12] Khazaei, Javad, and Abolfazl Eslami. "Behavior of Helical Piles – As A Geoenvironmental Choice- By Frustum Confining Vessel", Advances in Science and Technology Research Journal, Volume 10, No. 31, pages 8–22, Sept. 2016.
- [13] Khazaei, Javad, and Abolfazl Eslami. "Geotechnical Behavior of Helical Piles Via Physical Modeling by Frustum Confining Vessel (FCV)." International Journal of Geography and Geology 5, no. 9 (2016): 167-181.
- [14] Khazaei, Javad, and Abolfazl Eslami. "Post-Grouted Helical Piles Behavior via Physical Modeling by FCV." Marine Georesources & Geotechnology, 2016.
- [15] Kim, K.; Prezzi, M; Salgado, R; Lee, W.; "Penetration Rate Effects On Cone Resistance Mesured in a Calibration Chamber", 2nd international symposium on con penetration testing, May. 2010.
- [16] Liang, R. K.; Tse, E.C.; Kuhn, M.R.; Mitchell, J.K.; "Evaluation of a Constitutive Model for Soft Clay Using the Centrifuge", Symposium on Recent Advances in Geotechnical Centrifuge Modeling, University Davis, pp.55-70, 1984.
- [17] Mullins, G.; Dapp, S.; Fredrick, E.; Wagner, R.; "Pressure grouting drilled shaft tips—Phase I final report", Final Rep. Submitted Florida Department of Transportation, Fla, 2001.
- [18] Pournaghiazar, M.; Russell, A.R.; Khalili, N.; "CPT in Unsaturated Soils Using a New Calibration Chamber", 2nd international symposium on con penetration testing, May. 2010.
- [19] Schofield, A.N.; "Cambridge Geotechnical Centrifuge Operations", Geotechnique, Vol. 20, No. 3, pp. 227-268, 1980.
- [20] Sedran, G.; Experimental and Analytical Study of a Frustum Confining Vessel, Doctoral Thesis, McMaster University, 1999.
- [21] Shen, C.; Kim, Y.; Bang, S.; Mitchell, J. k.; "Centrifuge Modeling of Lateral Earth Support", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol.108, No GT9, pp. 1150-1164, 1982.

- [22] Wang, X.; Zheng. J.; Ying, J.; “On Composit Foundation with Deffrence Vertical Rainforcing Elements Under Vertical Loading: a Physical Model Testing Study”, journal of Zhejiang university science, p. p. 80-87, February. 2010.
- [23] Zare, M.;Eslami, A.; “Study of Deep Foundations Performance by Frustum Confining Vessel (FCV)”, IJCE, accepted and to be published, 2014.